

АВТОНОМНАЯ НЕКОММЕРЧЕСКАЯ
ОРГАНИЗАЦИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ СОЦИАЛЬНЫЙ
ИНСТИТУТ»

Утверждаю
Декан факультета
_____ Ж.В. Игнатенко
от «28» августа 2024 года

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к практическим и самостоятельным занятиям по дисциплине
«Математика»

Направление подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление

Направленность (профиль) программы: Региональное и муниципальное управление

Квалификация выпускника: Бакалавр

Форма обучения: очная, очно-заочная

Год начала подготовки – 2024

Разработано
канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры
прикладной информатики и математики
_____ Е.И. Толмачева

Одобрено
на заседании кафедры
прикладной информатики и математики
«28» августа 2024 г.
протокол № 1
зав. кафедрой _____ Ж.В. Игнатенко

Ставрополь, 2024 г

Пояснительная записка

Практические занятия по дисциплине «Математика» направлены на овладение студентами математическим аппаратом, активную форму усвоения теоретических знаний, необходимых для решения практических задач, развитие способности самостоятельного изучения математической литературы и умение выражать математическим языком профессиональные задачи.

Тема № 1 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

Практическое занятие №1

Тема занятия «Пределы и непрерывность»

Цель занятия: изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов расчёта, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

Задание 1.

Исходя из определения предела доказать, что

$$1. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-2x}{x-1} = -2.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-3x}{x+2} = -3.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4-x}{x+3} = -1.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-2x}{3-x} = 2.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-2x}{3-x} = 2.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+2}{1-x} = -5.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x-7}{3x+12} = 2.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5-4x}{3-2x} = 2.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3+8x}{7-4x} = -2.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x-3}{5x+9} = 2.$$

Задание 2.

Найти предел функции при разных значениях x_0 .

$$1. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 1}, \quad \text{a) } x_0 = 1; \quad \text{б) } x_0 = -1; \quad \text{в) } x_0 = \infty.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x^2 + 8x - 4}{4 - x^2}, \quad \text{a) } x_0 = 1; \quad \text{б) } x_0 = -2; \quad \text{в) } x_0 = \infty.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}, \quad \text{a) } x_0 = 2; \quad \text{б) } x_0 = 4; \quad \text{в) } x_0 = \infty.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 25}, \quad \text{a) } x_0 = -1; \quad \text{б) } x_0 = 5; \quad \text{в) } x_0 = \infty.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 5x + 4}, \quad \text{a) } x_0 = 2; \quad \text{б) } x_0 = -1; \quad \text{в) } x_0 = \infty.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x + 6}, \quad \text{a) } x_0 = 1; \quad \text{б) } x_0 = -2; \quad \text{в) } x_0 = \infty.$$

7. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 16}$, а) $x_0 = 2$; б) $x_0 = -4$; в) $x_0 = \infty$.
8. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 3x}$, а) $x_0 = 2$; б) $x_0 = -3$; в) $x_0 = \infty$.
9. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{x^2 + x}{x^2 + 3x + 2}$, а) $x_0 = 1$; б) $x_0 = -1$; в) $x_0 = \infty$.
10. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - x - 15}{x^2 - 3x}$, а) $x_0 = 1$; б) $x_0 = 3$; в) $x_0 = \infty$.

Задание 3.

Найти указанные пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

1. а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x - x^2}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2+1}{x+2} \right)$, в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1} + 5}{\sqrt[3]{x^2-1}}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2} + x}{\operatorname{tg} x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 1}{3x + 2x^2} \right)^x$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \operatorname{tg} \frac{1}{x^3 + 1}$.
2. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2}{x+1} - \frac{x^2-1}{x-3} \right)$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2-3} - 1}{x^2}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3+x}{x-2} \right)^x$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \operatorname{tg} \frac{5x}{x^3-1}$.
3. а) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2x+2} - 4}{x-7}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{x+1}{x^2} \right)$, в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x\sqrt{x} + x + 5}{x^2 - 1}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 3x}{3x^2}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{2x}$, е) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 + 1) \sin \frac{3}{x+5}$.

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Практическое занятие №2

Тема занятия «Производная и ее применение»

Цель занятия: изучение применения сфер производной, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

Задание 1.

Найти производные следующих функций

- а) $y = \frac{2}{\sqrt{3}} \arcsin \left(\sqrt{\frac{3}{7}} x \right) - \frac{1}{3} \sqrt{7-3x^2}$; б) $y = (\sqrt{x})^{\sin x}$. в) $y = \sqrt{x^2-3} - 3 \ln(x + \sqrt{x^2-3})$;

г) $y = (\ln x)^x$. д) $y = \sqrt{e^{2x} + 1} + \operatorname{arctg}(e^x)$; е) $y = (\cos x)^{\sin^2 x}$. ж) $y = x^{\operatorname{tg}^2 x}$

Задание 2.

Прямолинейное движение точки задано уравнением. Найти скорость движения точки в момент времени t .

а) $s(t) = 3t^2 - 2t + 5$. $t = 5$ с. б) $s(t) = 2t^2 - 8t - 10$ $t = 8$ с. в) $s(t) = 3t^3 + 2$ $t = 2$ с.

г) $s(t) = -t^2 + 8t$ $t = 6$ с. д) $s(t) = 3t^2 - t^3 + 5$ $t = 1$ с. е) $s(t) = t^3 + 2t^2 - t + 7$
 $t = 1$ с.

Задание 3.

Найти угловой коэффициент касательной к графику функции

а) $y = x^2 - 3x + 1$ в точке $x_0 = 3$. б) $y = x^3 + 4x^2 - 3$ в точке $x_0 = 3$.

в) $y = x^2 - 3x$ в точке $x_0 = -1$. г) $y = 4 - x^2$ в точке $x_0 = 3$.

д) $y = x^2 + x - 1$ в точке $x_0 = -1$. е) $y = 4 - 2x - x^2$ в точке $x_0 = 0$.

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Практическое занятие №3

Тема занятия «Применение производной к исследованию графика функции»

Цель занятия: изучение алгоритма применения производной к исследованию графика функции.

Задание 1.

Найти промежутки выпуклости и точки перегиба:

а) $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - x^2$ б) $y = x^4 - 2x^2 - 3$ в) $y = x^4 - 2x^3 + 3$

г) $y = \frac{x^3}{3} + x^2 - 3x$ д) $y = 9x^5 + 3x^3 - 1$ е) $y = 3x - x^3 - 2$ ж) $y = \frac{x-1}{x^2-2x}$

Задание 2.

Исследуйте функцию и постройте ее график

а) $y = x^4 - 5x^2 + 4$ б) $y = \frac{4x}{4+x^2}$ в) $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 8$ г) $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$

д) $y = -3x^2 + 12x$ е) $y = \frac{x-1}{x^2-2x}$ ж) $y = -x^4 + 8x^2 + 9$ з) $y = \frac{x^3}{x^2-1}$

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на

некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Тема № 2 «Интегральное исчисление функции одной переменной»

Практическое занятие №4

Тема занятия «Первообразная и интеграл»

Цель занятия: изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов расчёта, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

Задание 1.

Найти интеграл, используя методы интегрирования:

$$\begin{array}{llll} 1. \int \frac{2dx}{3-4x} & 2. \int (3-x^2)xdx & 3. \int \cos(3x)dx & 4. \int (x+7)(7-x)dx \\ 5. \int \cos 5xdx & 6. \int \frac{e^{2x+1} - e^{2x-1}}{e^x} dx & 7. \int 7x^3 dx & 8. \int (\sin \frac{x}{2} + \cos 8x)dx \\ 9. \int (x-1)^{\frac{3}{5}} dx & 10. \int e^{x^2} \cdot xdx & 11. \int \frac{dx}{3\sin^2(3x)} & 12. \int e^x \sqrt{1-2e^x} dx \end{array}$$

Задание 2.

Вычислить определенный интеграл:

$$\begin{array}{lll} 1. \int_{-1}^2 x^3 dx & 2. \int_{\pi}^{2\pi} \sin 3x dx & 3. \int_1^2 \frac{dx}{2-3x} \\ 4. \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx & 5. \int_1^2 x^2 dx & 6. \int_{-2}^1 (x^2 - 2x + 3) dx \end{array}$$

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Практическое занятие №5

Тема занятия «Геометрические приложения определенного интеграла»

Цель занятия: изучение применения интегрального исчисления, используемого для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

Задание 1.

Определить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями:

$$\begin{array}{ll} 1. y = x^2, y = 2x, & 2. y = -x^2 + 4, y = 0, \\ 3. y = -x^2 + x + 6, y = 0, & 4. y = \sin x, x = 0, x = \pi, y = 0, \\ 5. y = -x^2 + 4x - 1, y = -x - 1, & 6. y = x^2 - 3x, x = -2, y = 0, \\ 7. y = x^2 - 3x - 4, y = 0, x = 5, & 8. y = x^3, y = 0, x = 5, \end{array}$$

$$9. y = \frac{6}{x}, y = 7 - x,$$

$$10. y = \cos x, x = 0, x = \pi, y = 0.$$

Задание 2.

Определить объем тела, полученного от вращения плоской фигуры вокруг оси Ox , если:

$$1. y = 3x - x^2, y = 0,$$

$$2. y = 1 - x^2, y = 0, x = 0,$$

$$3. y = \sqrt{25 - x^2}, y = 0,$$

$$4. y^2 = x, y = 0, x = 1, x = 2,$$

$$5. y = -x^2 + 9, y = 0,$$

$$6. y = \cos x, x = -\pi, x = \pi, y = -1,$$

$$7. y = x + 2, y^2 = 9x,$$

$$8. y^2 = x, y = \frac{1}{2}x,$$

$$9. y = -x^2 + 2, y = x^2,$$

$$10. y = \sin x, x = 0, x = \pi, y = 0.$$

Задание 3.

Найдите длину дуги указанных линий:

$$1. y = -x^2 + 9 \text{ от } x = 1 \text{ до } x = 2,$$

$$2. y = -x^2 \text{ от } x = 0 \text{ до } x = 3,$$

$$3. y = x^2 + 1 \text{ от } x = 2 \text{ до } x = 4,$$

$$4. y = \sqrt{4 - x^2} \text{ от } x = 0 \text{ до } x = 4,$$

$$5. y = \frac{2}{x} \text{ от } x = 0 \text{ до } x = 1,$$

$$6. y = \sin x \text{ от } x = 0 \text{ до } x = \pi,$$

$$7. y^2 = x \text{ от } x = 1 \text{ до } x = 3,$$

$$8. y = \cos x \text{ от } x = -\pi \text{ до } x = \pi,$$

$$9. y = x^3 \text{ от } x = -1 \text{ до } x = 1,$$

$$10. y = -x^3 + 1 \text{ от } x = -2 \text{ до } x = 0.$$

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Практическое занятие №6

Тема занятия «Физические приложения определенного интеграла»

Цель занятия: изучение применения интегрального исчисления, используемого для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

Задание 1.

Скорость движения тела задана уравнением $v = 3t^2 + 2t - 1$ (в м/с). Найти путь, пройденный телом за 10 с от начала движения.

Задание 2.

Два тела начали двигаться в один и тот же момент из одной точки в одном направлении по прямой. Одно тело двигалось со скоростью $v = 6t^2 + 2t$ м/с, другое – со скоростью $v = 4t + 5$ м/с. На каком расстоянии они будут друг от друга через 5 с?

Задание 3.

Скорость движения тела в момент времени t задается формулой $v = 8 - 2t$, где v – скорость (в м/с), t – время (в с). Какой путь пройдет тело от начала отсчета времени до остановки?

Задание 4.

Точка движется прямолинейно с ускорением $a(t) = 12t^2 + 4$. Найдите закон движения точки, если в момент времени $t = 1$ с ее скорость равна 10 м/с, а координата равна 12 (единица измерения a равна 1м/с^2).

Задание 5.

Тело брошено с поверхности земли вертикально вверх со скоростью $v = 39.2 - 9.8t$ м/с. Найти наибольшую высоту подъема тела.

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Практическое занятие №7

Тема занятия «Экономическое применение определенного интеграла»

Цель занятия: изучение применения интегрального исчисления, используемого для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

Задание 1.

Найти среднее время, затраченное на освоение одного изделия в период освоения от $x_1=100$ до $x_2=121$ изделий, если $a=600$ (мин.), $b=0.5$.

Задание 2.

Определите средние и предельные издержки при объеме продукции 10 единиц, если зависимость между издержками производства и объемом выпускаемой продукции выражается функцией: $y=25x-0.025x^3$ (ден. ед.)

Задание 3.

Определить дисконтированный доход за три года по процентной ставке 8%, если первоначальные (базовые) капиталовложения составили 10 млрд. руб., и намечается ежегодно увеличивать капиталовложения на 1 млрд. руб.

Задание 4.

Найти объем продукции, произведенной за 4 часа, если функция Кобба-Дугласа имеет вид: $g(t)=(1+t)e^{3t}$

Задание 5.

Производитель реализует свою продукцию по цене p за единицу, а издержки при этом задаются кубической зависимостью $S(x)=ax+bx^3$ ($a < p$, $b > 0$). Найти оптимальный для производителя объем выпуска продукции и соответствующую ему прибыль.

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые

разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины

Тема № 3 «Решение систем алгебраических уравнений»

Практическое занятие №8-9

Тема занятия «Определители и матрицы»

Цель занятия: Познакомить студентов с основами линейной алгебры. Научить вычислять определители различных порядков, производить действия над матрицами и применять полученные навыки для решения задач.

Задание 1.

Вычислить определители:

$$1. \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 6 & -10 \end{vmatrix} \quad 2. \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 5 \end{vmatrix} \quad 3. \begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix}$$

Вычислить определители, разложив их по элементам первого столбца:

$$4. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad 5. \begin{vmatrix} a & 1 & a \\ -1 & a & 1 \\ a & -1 & a \end{vmatrix}$$

Вычислить определители, разложив их по элементам того ряда, который содержит наибольшее число нулей:

$$6. \begin{vmatrix} 1 & b & 1 \\ 0 & b & 0 \\ b & 0 & b \end{vmatrix} \quad 7. \begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix} \quad 8. \begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}$$

$$9. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -4 & 7 \\ -3 & 12 & -15 \end{vmatrix} \quad 10. \begin{vmatrix} 12 & 6 & -4 \\ 6 & 4 & 4 \\ 3 & 2 & 8 \end{vmatrix} \quad 11. \begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ y^2 & y & 1 \\ z^2 & z & 1 \end{vmatrix}$$

$$12. \begin{vmatrix} 1 + \cos \alpha & 1 + \sin \alpha & 1 \\ 1 - \sin \alpha & 1 + \cos \alpha & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad 13. \begin{vmatrix} 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} & \sin \alpha & 1 \\ 2 \cos^2 \frac{\beta}{2} & \sin \beta & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Задание 2.

Даны матрицы A и B . Найти $C = 2A^2 - 3A^{-1} + 2 \cdot E$, $D = (A \cdot B)^T$.

№ варианта	Матрицы A, B	№ варианта	Матрицы A, B
1	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$	2	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

3	$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$	4	$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
5	$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix}$	6	$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$
7	$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 5 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$	8	$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
9	$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$	10	$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения заданий 1 и 2 необходимо изучить материал лекции по теме «Матрицы и определители» и уметь отвечать на вопросы:

1. Что называется матрицей?
2. Какая матрица называется квадратной? Что понимается под ее порядком?
3. Какая матрица называется диагональной, единичной?
4. Какая матрица называется матрицей–строкой и матрицей–столбцом?
5. Что является основной числовой характеристикой квадратной матрицы?
6. Какое число называется определителем 1–го, 2–го и 3–го порядка?
7. Что называется минором и алгебраическим дополнением элемента матрицы?
8. Каковы основные свойства определителей?
9. С помощью какого свойства можно вычислить определитель любого порядка?

При этом следует учитывать, что правила вычисления определителей различны для 2-го и 3-его порядков, и более высоких порядков.

Практическое занятие №10-11

Тема занятия «Решение систем алгебраических уравнений»

Цель занятия: Познакомить студентов с основами линейной алгебры. Научить вычислять определители различных порядков, производить действия над матрицами и применять полученные навыки для решения систем линейных алгебраических уравнений

Задание 1.

Решить системы уравнений:

$$1. \begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0 \\ x + 5y - 4z + 5 = 0 \\ 4x + y - 3z + 4 = 0 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x - 5y + 2z = 0 \\ x + 4y - 3z + 4 = 0 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 4 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 3 \\ 3x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 3x + y = 9 \\ x + 4y = 3 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + 4y + 6z = 3 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ 2x + y - z = 1 \\ 3x + 3y + 2z = 10 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ x + 2y = 4 \\ x - 5y = 5 \end{cases}$$

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения задания 1 необходимо изучить по материалам лекции алгоритмы решения систем линейных уравнений по методу Гаусса, Крамера и матричный метод. При этом следует учитывать, что не всякая система уравнений решается тремя методами.

Тема № 4 «Теория вероятностей и математическая статистика»

Практическое занятие №12

Тема занятия «Основные понятия комбинаторики»

Цель занятия: изучить основные правила комбинаторики; закрепить полученные знания при решении задач;

Задание 1.

Решите задачи.

1. В отряде 12 бойцов. Двоих необходимо отправить в разведку. Сколько существует вариантов это сделать?
2. Из 6 бегунов и 7 прыгунов нужно составить команду из 5 человек, в которую должен входить хотя бы один прыгун. Сколькими способами это можно сделать?
3. Сколькими способами можно из 10 человек назначить двух дежурных с одинаковыми обязанностями? Дежурных с разными обязанностями?
4. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 4 женщинами, по другой - 6 мужчинам, по третьей - 3 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 14 претендентов: 6 женщин и 8 мужчин?
5. В шахматном турнире принимали участие 15 шахматистов, причем каждый из них сыграл только одну партию с каждым из остальных. Сколько всего партий было сыграно в этом турнире?
6. В пассажирском поезде 9 вагонов. Сколькими способами можно рассадить в поезде 4 человека, при условии, что все они должны ехать в различных вагонах?
7. Сколько четырёхзначных чисел можно составить из четырёх цифр 0, 5, 7, 9?
8. В ящике находится 15 деталей. Сколькими способами можно взять 4 детали?
9. В студенческой группе 23 человека. Сколькими способами можно выбрать старосту и его заместителя?
10. Студенческая группа состоит из 23 человек, среди которых 10 юношей и 13 девушек. Сколькими способами можно выбрать двух человек одного пола?

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Практическое занятие №13

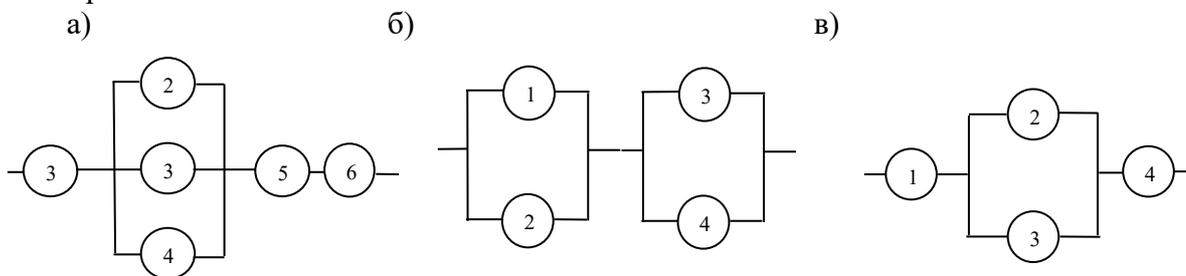
Тема занятия «Основы теории вероятностей»

Цель занятия: сформировать понятия случайного события и вероятности; изучить основные формулы вычисления вероятностей

Задание 1.

Решить задачи, используя свойства вероятности

- На заводе изделия изготавливаются на четырех станках. Пусть A_i ($i = 1, 2, 3, 4$) – событие, состоящее в том, что изделие, изготовленное на i -ом станке, окажется бракованным. Выразить через события A_i следующие события:
 - A – все четыре изделия бракованные;
 - B – ни одно изделие не бракованное;
 - C – хотя бы одно изделие бракованное.
- Брошены две игральные кости. Описать пространство элементарных событий этого эксперимента и найти вероятности следующих событий:
 - A – сумма выпавших очков равна 4;
 - B – сумма очков равна 5, а произведение 6;
 - C – сумма очков не превышает 7;
 - D – разность очков меньше 3;
 - E – сумма очков расположена в промежутке $[3; 6]$.
- В ящике имеется 16 деталей, среди которых 4 бракованные. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что:
 - извлеченные детали качественные;
 - среди извлеченных деталей 2 бракованные.
- В электросеть включены лампочки, соединенные между собой следующим образом:



- A_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) – работа i -ой лампочки. $P(A_1) = 0,5$; $P(A_2) = 0,7$;
 $P(A_3) = 0,6$; $P(A_4) = 0,85$; $P(A_5) = 0,9$, $P(A_6) = 0,75$. Найти вероятность безотказной работы цепи.
- Независимо друг от друга работают три сигнализатора, установленные в системе. Вероятности того, что в момент аварии сработает первый сигнализатор, равна 0,8, второй – 0,9, третий – 0,7. Найти вероятность того, что: а) в случае аварии сработают не менее двух сигнализаторов, б) сработает ровно один сигнализатор.
 - Обычную монету подбросили 10 раз. Какова вероятность того, что при этом герб выпал: а) не более четырех раз, б) ни одного раза, в) хотя бы один раз.
 - В первой урне содержится 18 шаров, из них 8 белых, во второй урне содержится 16 шаров, из них 7 белых. Из первой урны наудачу извлекли один шар и переложили во вторую. Найти вероятность того, что извлеченный после этого из второй урны шар окажется белым.

8. Часы, поступающие в магазин, производятся тремя заводами. С первого завода поступает 70%, со второго 20%, с третьего 10% всех изделий. Процент брака на каждом из заводов составляет соответственно 3%, 2% и 4%. Найти вероятность того, что купленные часы: а) бракованные, б) изготовлены на втором заводе, если известно, что они бракованные.

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Практическое занятие №14

Тема занятия «Случайные величины и их законы распределения»

Цель занятия: сформировать понятие случайной величины; изучить основные свойства дискретных и непрерывных величин; закрепить полученные умения при решении задач.

Задание 1.

Решите задачи:

1. Закон распределения дискретной случайной величины задан следующей таблицей:

X	0	1	2	3
P	0,04	0,26	p_2	0,24

Найти числовые характеристики с.в. X , $F(x)$, $P(1 \leq X < 3)$.

2. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,002. Производится 2000 выстрелов. Составить закон распределения с.в. X – числа попаданий в цель, пренебрегая значениями X , вероятность которых меньше 0,005. Найти числовые характеристики с.в. X .
3. Непрерывная с.в. X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ ax^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

Найти a , $p(x)$, MX , построить графики $p(x)$ и $F(x)$.

4. С.в. распределена по нормальному закону с плотностью:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{18\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{18}}$$

Найти $P(1 < X < 4)$.

5. Автомат штампует детали без систематических ошибок. Случайные отклонения длины детали от нормативной происходят по нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 0,1$ см. Найти вероятность того отклонения, которое не превысит по абсолютной величине 1 мм.

Задание 2.

Решить задания согласно варианта

Вариант №1

1. Два стрелка делают по одному выстрелу в цель. Вероятность попадания первого – 0.3, второго – 0.5. Найти закон X – число попаданий в цель и числовые характеристики.
2. В группе из 20 курсантов 11 спортсменов. Наудачу выбрали двух курсантов. Найти закон X – количество спортсменов. Вычислить числовые характеристики.

Вариант №2

1. Два стрелка делают по одному выстрелу в цель. Вероятность попадания первого – 0.6, второго – 0.4. Найти закон X – число попаданий в цель и числовые характеристики.
2. В группе из 24 курсантов 12 спортсменов. Наудачу выбрали трех курсантов. Найти закон X – количество спортсменов. Вычислить числовые характеристики.

Вариант №3

1. Два стрелка делают по одному выстрелу в цель. Вероятность попадания первого – 0.6, второго – 0.5. Найти закон X – число попаданий в цель и числовые характеристики.
2. В группе из 22 курсантов 14 спортсменов. Наудачу выбрали двух курсантов. Найти закон X – количество спортсменов. Вычислить числовые характеристики.

Вариант №4

1. Два стрелка делают по одному выстрелу в цель. Вероятность попадания первого – 0.6, второго – 0.7. Найти закон X – число попаданий в цель и числовые характеристики.
2. В группе из 23 курсантов 15 спортсменов. Наудачу выбрали трех курсантов. Найти закон X – количество спортсменов. Вычислить числовые характеристики.

Вариант №5

1. Два стрелка делают по одному выстрелу в цель. Вероятность попадания первого – 0.3, второго – 0.5. Найти закон X – число попаданий в цель и числовые характеристики.
2. В группе из 23 курсантов 13 спортсменов. Наудачу выбрали двух курсантов. Найти закон X – количество спортсменов. Вычислить числовые характеристики.

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Практическое занятие №15

Тема занятия «Основные понятия математической статистики»

Цель занятия: изучение основных математических понятий, их взаимосвязи и развития, а также отвечающих им методов расчёта, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных задач.

Задание 1.

Для выборки двумерной случайной величины: (41.2, 116.5) (48.1, 124.6) (53.2, 153.9) (39.1, 99.0) (50.2, 191.6) (39.0, 94.9) (39.4, 100.2) (50.2, 178.6) (48.3, 118.7) (39.6, 117.0) (41.3, 81.7) (35.2, 88.0) (47.9, 159.4) (34.6, 124.4) (33.2, 103.4) (35.7, 94.9) (36.8, 90.8) (50.8, 180.5) (44.5, 152.0) (46.3, 167.6) (34.8, 84.6) (39.2, 124.5) (36.8, 131.7) (46.0, 99.8)

(40.4, 144.8) (41.5, 120.6) (44.5, 109.7) (38.9, 93.5) (49.8, 136.8) (45.6, 107.6) (33.0, 102.9)
(47.6, 102.9) (32.5, 116.7) (42.0, 134.0) (54.1, 157.9) (35.4, 109.1) (37.9, 92.4) (38.6, 120.7)
(35.6, 96.1) (33.6, 73.2) (27.7, 61.5) (47.1, 95.0) (29.9, 82.8) (50.1, 110.5)

вычислить:

- выборочные средние,
- выборочные средние квадратические отклонения,
- выборочный коэффициент корреляции,
- составить выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X .

Задание 2.

По данным двух выборок вычислить коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла.

Выборка 1: 63 28 92 36 90 40 7 75 53 12 14 30 17 93 86 64

Выборка 2: 58 31 4 60 30 92 59 27 82 56 52 95 54 8 49 36

Задание 3.

По данным выборки: 2.0 4.8 5.2 3.8 3.5 3.2 3.2 3.9 4.9 2.8 3.7 1.8 3.4 2.3 3.2
4.5 0.5 3.3 2.8 2.5 1.4 3.2 3.5 2.2 2.3 3.5 3.5 4.1 4.4 2.3 1.9 2.2 3.8 3.4
2.2 3.1 2.1 2.1 3.2 2.5 2.1 2.9 2.8 3.1 4.3 2.8 4.0 2.3 2.7 2.4 2.4 2.3 2.4
2.9 2.2 3.6 2.1 3.2 2.3 2.9 2.0 4.7 3.5 2.8 3.0 0.2 3.6 3.1 3.3 1.4 2.6 2.6
1.8 4.3 1.8 0.7 4.6 3.0 1.9 3.7 3.2 2.6 2.6 4.2 2.9 2.3 5.4 3.3 3.1 2.8 2.7
2.7 1.8 2.8 4.6 2.7 1.4 3.9 3.7 2.5

- 1) построить статистический ряд распределения;
- 2) изобразить гистограмму;
- 3) вычислить выборочное среднее;
- 4) вычислить выборочную дисперсию.

Задание 4.

Используя метод наименьших квадратов, найти параметры зависимости $y = f(ax + b)$:

X	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	11.0
Y	16.9	19.5	24.5	31.0	35.2	41.3	48.2	57.0	64.6	72.3

- для случаев: 1) линейной зависимости $y = ax + b$;
2) квадратичной зависимости $y = (ax + b)^2$;
3) показательной зависимости $y = e^{ax + b}$
4) логарифмической зависимости $y = \ln(ax + b)$
5) зависимости вида $y = \sqrt{ax + b}$.

Определить, какая из функций является лучшим приближением зависимости между x и y .

Методические рекомендации по выполнению заданий

Для выполнения предложенных заданий на практических занятиях необходимо изучить материал лекции по данной теме. Основные определения и теоремы. При этом следует учитывать, что предложенный в лекции материал частично опирается на некоторые разделы из школьного курса математики, которые также желательно было бы повторить для хорошего и полного усвоения дисциплины.

Рекомендуемые информационные источники

Основная литература

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. —

401 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07001-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510750>

2. Математика для экономистов. Практикум: учебное пособие для вузов / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 285 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8868-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511190>

3. Математика для экономистов : учебник для вузов / О. В. Татарников [и др.]; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 593 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14844-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510992>

8.2. Дополнительная литература

1. Гисин, В. Б. Математика. Практикум : учебное пособие для вузов / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 204 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8785-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511699>

2. Комиссаров, В. В. Математика. Сборник задач : учебное пособие / В. В. Комиссаров, Н. В. Комиссарова. — 2-е изд. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. — 88 с. — ISBN 978-5-7782-3926-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98780.html>

3. Тетруашвили, Е. В. Математика. Часть 1 : практикум / Е. В. Тетруашвили, В. В. Ершов. — 2-е изд. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2021. — 204 с. — ISBN 978-5-4497-0748-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/99095.html>